

$\zeta(r)$ läßt sich aus den Hartreeschen Gleichungen für die Valenzelektronen bestimmen, wenn man die vereinfachenden Annahmen macht: 1. starre Mitbewegung der inneren Schalen der Atome mit den Kernen, 2. die Wellenfunktion der Valenzelektronen hat im unverzerrten Gitter die Gestalt $b_{\mathbf{r}}(r) = u e^{i\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}$ mit periodischem, von \mathbf{r} unabhängigen, im größten Teil der Elementarzelle konstanten $u(r)$. Es ergibt sich ein exponentieller Abfall $\zeta(r) = A \exp(-|r|/a)/|r|$ mit der Abfallslänge $a = \sqrt{a_0 l^3 / 8\pi}$ (a_0 der Bohrsche Radius, l der Abstand der übernächsten Nachbarn). Da a bei den Alkalien von der Größenordnung des Ionenradius ist, liefert die Berücksichtigung der inneren Schalen näherungsweise nur eine Änderung des Zahlenfaktors A , welcher in unserer halbempirischen Theorie keine Rolle spielt.

Wir geben zum Vergleich die Werte der Kopplungskonstanten für drei verschiedene Modelle für Natrium⁴ an: 1. Federbindungen zwischen Nachbarn erster und zweiter Ordnung, 2. Beliebige Kräfte zwischen Nachbarn erster, Federbindungen zwischen Nachbarn zweiter Ordnung, 3. Beliebige Kräfte zwischen Nachbarn erster und zweiter, Federbindungen zwischen Nachbarn dritter Ordnung.

| | 1. | 2. | 3. |
|----------------------------|------|------|------|
| $\Phi_{11}^{11} = a$ | 0,29 | 0,29 | 0,19 |
| $\Phi_{12}^{11} = \beta$ | 0,29 | 0,26 | 0,24 |
| $\Phi_{12}^{20} = \alpha'$ | 0,07 | 0,01 | 0,08 |
| $\Phi_{22}^{20} = \beta'$ | 0 | 0 | 0,08 |
| $\Phi_{12}^{32} = \beta''$ | 0 | 0 | 0,01 |
| $\Phi [^\circ \text{K}]$ | 164 | 160 | 151 |

$\cdot l \cdot 10^{11} \text{ [dyn/cm}^2\text{]}$

⁴ Entsprechende Rechnungen für die Übergangsmetalle sind bedeutend schwieriger wegen der starken Beteiligung der inneren Schalen an den Kopplungskräften. Eine einfache Anwendung der Formel (2) auf die von Curien für α -Fe gemessenen Werte der Kopplungskonstanten legt jedoch schon die Vermutung nahe, daß der bei ihm angegebene Wert von $\alpha' + 2\beta'$ etwas zu klein ist.

Bei 1. wurden die beiden Schubmoduln c_{44} und $(c_{11} - c_{12})/2$ benutzt, bei 2. und 3. alle drei elastischen Konstanten bei 3. zusätzlich die beiden theoretisch bestimmten Verhältnisse $\zeta_1 : \zeta_2 : \zeta_3$.

Die Unterschiede zwischen den drei Modellen sind relativ groß, und es sollte möglich sein, die Richtigkeit des vermutlich besten Modelles 3. mit Hilfe von Röntgenuntersuchungen zu prüfen. Eine erste Prüfung ist schon möglich an den Atomwärmen. Für höhere Temperaturen ($T > \Theta_{\text{Debye}}/2$) gilt nämlich⁵:

$$C_v = 3k \left(1 - \frac{1}{20} \frac{\Theta^2}{T^2} + \dots \right)$$

$$\text{mit } \hbar^2 \Theta^2 = - \frac{1}{3m} \sum_{l, m \neq 0} \Phi_{ll}^m$$

(m die Masse der Atome). Der empirische Wert ist⁶ $\Theta = 155^\circ \text{K}$.

Die benutzten elastischen Konstanten stammen von Quimby und Siegel⁷. Sie weichen von den von Bender⁸ gemessenen merklich ab, zumindestens in der Kompressibilität. Quimby und Siegel vermuten, daß ihre Kompressibilität zu groß ist. Bei Berücksichtigung dieser Tatsache würde die Übereinstimmung von 3. mit der Erfahrung verbessert, die von 1. und 2. jedoch verschlechtert. Die von Bender benutzte Bridgmanische Kompressibilität scheint jedoch zu klein zu sein, denn alle drei Modelle ergeben mit den Benderschen Konstanten merklich zu große Werte für Θ .

Herrn Dr. G. Leibfried danke ich für klärende Diskussionen, ebenso Herrn Prof. R. Becker für sein förderndes Interesse.

⁵ G. Leibfried u. W. Brenig, Z. Phys. **134**, 451 [1953].

⁶ F. Simon u. W. Zeidler, Z. phys. Chem. **123**, 383 [1926].

⁷ S. L. Quimby u. S. Siegel, Phys. Rev. **54**, 293 [1938].

$c_{11} = 0,61, c_{12} = 0,46, c_{44} = 0,59 (\cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2)$.

⁸ O. Bender, Ann. Phys. **34**, 359 [1939]; $c_{11} = 0,94, c_{12} = 0,78, c_{44} = 0,61 (\cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2)$.

Zur Stabilität senkrechter Schmelzzonen

Von W. Heywang und G. Ziegler

Werkstoff-Hauptlaboratorium der Siemens & Halske A.G.

(Z. Naturforschg. **9a**, 561—562 [1954]; eingeg. am 24. April 1954)

Auf Grund der wachsenden Bedeutung des tiegel-freien Zonenschmelzens für die Halbleitertechnologie^{1,2} wurden die Stabilitätsbedingungen senkrechter Schmelzzonen theoretisch untersucht.

Die Schmelze tropft so lange nicht ab, wie die Oberflächenspannung dem hydrostatischen Innendruck das Gleichgewicht zu halten vermag. Diese Gleichge-

wichtsbedingung führt unter Berücksichtigung der Rotationssymmetrie auf folgende Differentialgleichung für das Schmelzzonenprofil:

$$\frac{d^2 \varrho / d \zeta^2}{(1 + (d\varrho/d\zeta)^2)^{3/2}} - \frac{1}{\varrho (1 + (d\varrho/d\zeta)^2)^{1/2}} + \pi - \zeta = 0. \quad (1)$$

Hierin bedeuten ζ, ϱ und π die reduzierten Größen der Ortskoordinaten z und r (vgl. Abb. 1) und des inneren Druckes p gemäß dem Zusammenhang

$$\zeta = \sqrt{\frac{dg}{\sigma}} z, \quad \varrho = \sqrt{\frac{dg}{\sigma}} r, \quad \pi = \frac{p}{\sqrt{\sigma dg}} \quad (2)$$

(σ = spez. Oberflächenenergie, d = Dichte, g = Erdbeschleunigung). Dabei ist der Druckparameter π von der

¹ P. H. Keck u. M. J. E. Golay, Phys. Rev. **89**, 1297 [1954].

² R. Emeis, Z. Naturforschg. **9a**, 67 [1954].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Menge der Flüssigkeit in der Schmelzzone abhängig. Die horizontal angenommenen Grenzflächen zwischen flüssiger und fester Phase seien vollkommen benetzt, so daß aus Stabradius und Schmelzzonenlänge zwei Randbedingungen für die gesuchte Lösung folgen (Abb. 1). Des weiteren beschränken sich unsere Untersuchungen auf den Fall zeitlich stationärer Zonenprofile. Dies erfordert auf der Erstarrungsseite vertikale Profil tangente (Abb. 1).

Geht man von der Erstarrungsseite aus, so ergibt sich bei vorgegebenem Radius in Abhängigkeit vom Druckparameter π eine Schar von Flüssigkeitsprofilen, die jedoch nur einen beschränkten Teil der ζ, ϱ -Ebene überdecken (Abb. 2a, b)³. Der Druckparameter π ist also durch Wahl des Ansatzpunktes A auf der Schmelzseite festgelegt; doch darf dieser nicht völlig willkürlich gewählt werden. Es ergibt sich vielmehr in Abhängigkeit von den Radien eine maximale Schmelzzonenlänge, oberhalb deren keine stabilen Zonen mehr existieren.

Für den besonders interessierenden Fall gleicher oberer und unterer Stabradien wurde der Existenzbereich durch analytische Näherung ermittelt. Bewegt sich die Schmelzzone relativ zum Stab nach oben, so ergibt sich der in Abb. 3 aufgetragene Verlauf für die maximale Länge L der Schmelzzone in Abhängigkeit vom Radius R . Für kleine Stabradien wächst die maximale Schmelzzonenlänge direkt proportional dem Radius, während sie für große einem konstanten Wert zustrebt.

³ P. H. Keck, M. Green u. M. L. Polk (J. appl. Phys. **24**, 1479 [1953]) betrachten im Gegensatz hierzu nur die vom Tropfen her abgeleiteten Flüssigkeits-

Eine Ausweitung auf unterschiedlichen oberen und unteren Stabradius und eine Untersuchung über den Einfluß einer Rotation ist in Vorbereitung.

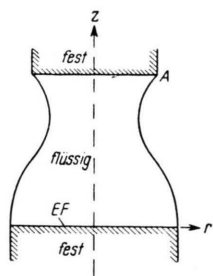


Abb. 1. Schmelzzonenform, EF = Erstarrungsfläche.

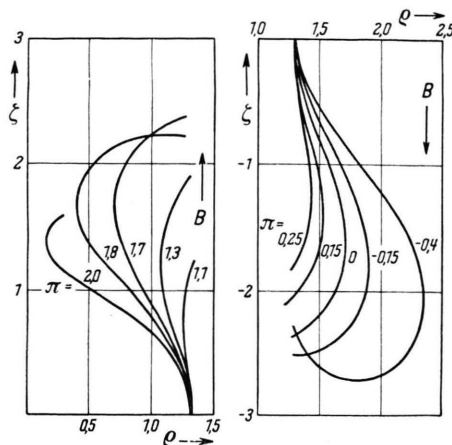


Abb. 2a.

Abb. 2b.

Profile von Schmelzzonen.

B Bewegungsrichtung der Schmelzzone.

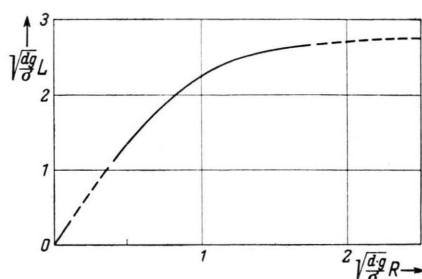


Abb. 3. Stabilitätsbereich senkrechter Schmelzzonen.

profile. Diese unvollständige Schar von Lösungskurven gestattet jedoch keinen Überblick über den Existenzbereich.

BESPRECHUNGEN

Zählrohre und Szintillationszähler. Von E. Fünfer und H. Neuert. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1954, XI, 273 S. mit 173 Abb.; Preis geb. DM 29.60.

In dem vorliegenden Buch werden zunächst die recht komplizierten physikalischen Vorgänge bei den verschiedenen Zählrohrtypen, beim Proportionalzähler und beim Auslösezähler beschrieben. Das zweite Kapitel behandelt die Szintillationszähler, welche auf der Auslösung von Lichtblitzen in gewissen Leuchtstoffen durch die energiereiche Strahlung beruhen; auch die Szintillationszähler spielen heute in der Kernphysik eine große Rolle. Die im dritten Kapitel besprochenen Kristallzähler, in welchen Leitfähigkeit erregt wird, werden hingegen technisch noch nicht benutzt.

Zahlreiche Rezepte für die Herstellung verschiedener Typen und für den Nachweis der verschiedenen Arten von Kernstrahlung werden angegeben, die bei der Strahlung auftretenden statistischen Fehler und die bei Verwendung von Zählrohren erforderlichen komplizierten elektronischen Geräte und Schaltungen werden ausführlich behandelt.

In der amerikanischen Literatur sind schon zahlreiche zusammenfassende Darstellungen über Zählrohre erschienen. Das vorliegende Buch füllt eine Lücke auf dem deutschen Büchermarkt aus. Es enthält einen reichen Schatz von Erfahrungen und ist exakt und flüssig geschrieben.

W. Hanle, Gießen.